MA 2401 - GEOMETRI

VÅR 2012

Tirsdag 17/1 - 10^{15} - 12^{00}

3. forelesning

HVA GJORDE VI SIST?

- Litt bakgrunn for oppg. 11, s.24: Halveringslinje for vinkel og midtnormal for side i trekant. Litt om kongruens mellom rettvinklede trekanter. SAS.
- Euklids fem postulater. Litt om Hilberts opprydning.
- KAP. 2 AKSIOM-SYSTEMER OG INSIDENS-GEOMETRI.
- De tre insidens-aksiomene (2.2)
- Eksempler på insidens-geometrier. Modeller.
- Eksemplene 2.2.2, 2.2.3, 2.2.4, 2.2.7, 2.2.8.

DAGENS PROGRAM:

- 2.2.9 Sfæren, 2.2.? Poincarés halvplan.
- Tre forskjellige parallell-postulater.
- Parallellitet for eksemplene i 2.2.
- Teoremer i insidensgeometri, s. 32-34.
- Beviser Teoremene 2.6.3, 2.6.4, 2.6.5
- KAP. 3 AKSIOMER FOR PLAN GEOMETRI
- 3.1 Udefinerte begreper og to fundamentale aksiomer.

3.2 Avstand og linjal-postulatet.

MA 2401 - GEOMETRI
VÅR 2012
Torsdag 19/1 - 8^{15}-10^{00}
4. forelesning

HVA GJORDE VI SIST?

- Studerte mulige modeller for insidens-geometri:
- 2.2.5 5-punktsgeometrien, 2.2.9 Sfæren, Poincarés halvplan. 2.2.8 Det kartesiske plan.
- Parallell-postulatene i insidens-geometri.
- Tre parallell-postulater (s. 21)
- Parallelitet for eksemplene i 2.2.
- Teoremer i insidens-geometri; Beviste Teoremene 2.6.2, 2.6.3, 2.6.4, 2.6.5.

DAGENS PROGRAM:

- Parallelitet i Poincarés halvplan.

KAP. 3 AKSIOMER FOR PLAN GEOMETRI

3.1 Udefinerte begreper og fundamentale aksiomer.

- Aksiom 3.1.1 Eksistens-postulatet.
- Def. 3.1.2 Planet, $\mathbb{P}$.
- Aksiom 3.1.3 Insidens-postulatet.
- Def. 3.1.4 Insidens.
- Def 3.1.5 Ytre punkt til en linje
- Def 3.1.6 Parallelitet.
- Teorem 3.1.7 (Teorem 2.6.2 fra insidensgeometri.)

3.2 Avstand og linjal-postulatet.

- Aksiom 3.2.1 Linjal - postulatet
- Def. 3.2.2 Kolineære/ikke-kolineære punkter.
- Def. 3.2.3 Mellomliggenhet, $A * B * C$.
- Def. 3.2.4 Linjesegment / stråle.

<u>TEOREM 3.2.7</u> ; s. 38 ny utgave.
(TEOREM 5.4.6 ; s 59 gammel utgave.)

Hvis P og Q er to vilkårlige punkter gjelder:

1. $PQ = QP$,
2. $PQ \geq 0$
3. $PQ = 0$ hvis og bare hvis $P = Q$

BEVIS:

1 og 2: Se boken.

3: Ut fra Axiom 3.2.1 virker det som om P må være forskjellig fra Q for at man skal introdusere en linje ℓ og en 1-1-tydig (BIJEKSJON) korrespondanse $\varphi : \ell \to \mathbb{R}$ (de reelle tall). I så fall blir jo $PQ = |\varphi(P) - \varphi(Q)| > 0$. Man bör vel da egentlig gi <u>tilleggsdefinisjonen</u> $PQ = 0$ når $P = Q$. Dette tar hånd om "hvis" i det ovenstående.

Den omvendte implikasjonen, "bare hvis",

$$PQ = 0 \Rightarrow P = Q$$

(RÅÅ-argument!) kan da gjennomföres slik: Anta at $PQ = 0$ og at $P \neq Q$. La $\ell = \overleftrightarrow{PQ}$ (entydig bestemt.) Det finnes da en 1-1-tydig (BIJEKSJON) korrespondanse

$$\varphi : \ell \to \mathbb{R}$$

s.a. $|\varphi(P) - \varphi(Q)| = PQ = 0$; dvs. $\varphi(P) = \varphi(Q)$.

Siden φ er 1-1-tydig (INJEKSJON), må da $P = Q$. <u>Selvmotsigelse</u>!!